

- 4 Делится ли произведение  $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$  нацело на:
- а)  $2 \cdot 2 \cdot 5$ ;                      в)  $22 \cdot 13$ ;                      д)  $4 \cdot 15 \cdot 143$ ;  
 б)  $2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7$ ;                      г)  $2^2 \cdot 7 \cdot 11^2$ ;                      е)  $60 \cdot 11 \cdot 143$ ?
- В случае положительного ответа найдите результат деления.

### Проверочная работа № 3

- 1 Найдите все простые делители числа:
- а) 45;                      б) 56;                      в) 154;                      г) 1395.
- 2 Для числа 512 запишите:
- а) множество  $A$  — всех простых делителей;  
 б) множество  $B$  — всех составных делителей;  
 в) множество  $C$  — всех чётных делителей;  
 г) множество  $D$  — всех нечётных делителей;  
 д) множество  $E$  — всех простых чётных делителей;  
 е) множество  $F$  — всех составных нечётных делителей.
- 3 Представьте число 36 в виде произведения трёх множителей, отличных от единицы. Сколько существует таких разложений?

#### КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:

- наибольший общий делитель
- взаимно простые числа

## 7. Наибольший общий делитель. Взаимно простые числа

**Задача.** В детском саду детей нарядили к празднику «Весна пришла»: 18 детей в костюмы зайчиков и 24 в костюмы белочек. На какое наибольшее число групп можно разбить детей для танца, чтобы в каждой группе было одинаковое количество «зайчиков» и «белочек»?

**Решение.** Число 18 и число 24 должны делиться на число групп. Поэтому выпишем все делители чисел 18 и 24.

Делители 18: 1, 2, 3, 6, 9, 18.

Делители 24: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24.

Общими делителями этих чисел будут: 1, 2, 3, 6.

Самым большим из этих делителей является 6.

Детей можно разделить на 6 групп. В каждой группе будет 3 «зайчика» ( $18 : 6 = 3$ ) и 4 «белочки» ( $24 : 6 = 4$ ).

Ответ. 6 групп.

Число 6 называют наибольшим общим делителем чисел 18 и 24.

**Наибольшим общим делителем (НОД)** нескольких чисел называют наибольшее натуральное число, на которое делятся эти числа без остатка.

Например, найдём наибольший общий делитель чисел 21 и 40.

Делители числа 21: 1, 3, 7, 21.

Делители числа 40: 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40.

Числа 21 и 40 имеют только один общий делитель — число 1. Такие числа называют взаимно простыми.

Натуральные числа называют **взаимно простыми**, если их наибольший общий делитель равен 1.

Наибольший общий делитель можно найти по-другому. Числа 18 и 24 разложим на простые множители:

$$18 = 2 \cdot 3 \cdot 3, \quad 24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3.$$

Подчеркнём множители, которые входят в разложение и первого, и второго числа. Это множители 2 и 3, и их произведение равно 6. Число 6 — наибольший общий делитель чисел 18 и 24.

Пишут:  $\text{НОД}(18, 24) = 6$ . Так же находят наибольший общий делитель нескольких чисел.

алгоритм  
нахождения НОД

Чтобы найти **наибольший общий делитель** нескольких натуральных чисел, надо:

- 1) разложить числа на простые множители;
- 2) подчеркнуть общие множители в каждом разложении;
- 3) найти произведение общих множителей.

Если все данные числа делятся на одно из них (делитель данных чисел), то это число и является наибольшим общим делителем этих чисел.

Например,  $\text{НОД}(14, 42, 84, 140) = 14$ , так как на 14 делятся все остальные числа: 42, 84 и 140.

- ?** Что такое наибольший общий делитель натуральных чисел? Какие числа называют взаимно простыми? Приведите примеры. Чему равен наибольший общий делитель взаимно простых чисел? Расскажите алгоритм нахождения наибольшего общего делителя нескольких натуральных чисел. Чему равен НОД двух чисел, одно из которых кратно другому?

К

**2.57** Найдите все общие делители чисел:

- а) 20 и 70;    б) 36, 48 и 144;    в) 22 и 105.

**2.58** Разложите каждое число на простые множители, подчеркните общие множители и запишите наибольшее число, на которое делятся числа каждой пары:

- а) 36 и 48;    б) 84 и 96;    в) 45 и 60;    г) 72 и 90.

**2.59** Назовите разложение на простые множители наибольшего общего делителя чисел  $m$  и  $n$ , если:

- а)  $m = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$     и     $n = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$ ;  
б)  $m = 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$     и     $n = 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7$ .

**2.60** Найдите наибольший общий делитель чисел:

- а) 42 и 63;    б) 30 и 40;    в) 45 и 30;    г) 66 и 88.

**2.61** Найдите наибольший общий делитель чисел:

- а) 21 и 84;    б) 27 и 81;    в) 32 и 96;    г) 75 и 300.



## КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:

- наименьшее общее кратное

## 8. Наименьшее общее кратное натуральных чисел

**Задача.** Дима покупал пирожки с яблоками по 45 р., а Витя — с мясом по 60 р. Какую наименьшую сумму должен заплатить каждый мальчик, чтобы расходы ребят были одинаковыми?

**Решение.** Так как мальчики заплатили одинаковую сумму за покупку, то эта сумма должна делиться без остатка и на 45, и на 60, т. е. должна быть кратной и 45, и 60.

Выпишем числа, кратные 45 и 60.

*Кратные 45:* 45, 90, 135, 180, 225, 270, 315, 360, 405, ...

*Кратные 60:* 60, 120, 180, 240, 300, 360, 420, 480, 540, 600, 660, ...

Общими кратными чисел 45 и 60 будут числа 180, 360, ...

Наименьшим из них является 180.

Следовательно, наименьшее потраченное на покупку пирожков количество денег — 180 р. На эти деньги Дима купил 4 пирожка ( $180 : 45 = 4$ ), а Витя — 3 пирожка ( $180 : 60 = 3$ ),  
 Ответ. 180 р.

Число 180 называют наименьшим общим кратным чисел 45 и 60.

**Наименьшим общим кратным (НОК)** нескольких натуральных чисел называют наименьшее натуральное число, которое делится на каждое из этих чисел.

Наименьшее общее кратное чисел 45 и 60 можно найти по-другому. Для этого числа 45 и 60 разложим на простые множители:

$$\begin{aligned} 45 &= 3 \cdot 3 \cdot 5, \\ 60 &= 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5. \end{aligned}$$

Выпишем все множители из разложения большего из этих чисел. Для того чтобы произведение  $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$  делилось на 45, добавим к нему недостающий множитель 3 из разложения числа 45.

Получим:  $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 3 = 180$ .

Это число является наименьшим общим кратным чисел 45 и 60.

Так же находят наименьшее общее кратное нескольких чисел.

Чтобы найти **наименьшее общее кратное** нескольких натуральных чисел, надо:

- 1) разложить числа на простые множители;
- 2) выписать множители из разложения большего из чисел;
- 3) добавить к ним недостающие множители из разложений остальных чисел;
- 4) найти произведение этих множителей.

Если одно из данных чисел делится на все остальные числа, то их наименьшее общее кратное равно этому числу.

Например, НОК (8, 16, 40, 80) = 80, так как 80 делится на все данные числа.



Что такое наименьшее общее кратное натуральных чисел? Какое число является наименьшим общим кратным чисел 3, 9, 27? Расскажите алгоритм нахождения наименьшего общего кратного нескольких чисел. @material100

**К**

**2.95** Назовите разложение на простые множители наименьшего общего кратного чисел  $a$  и  $b$ , если:

а)  $a = 2 \cdot 7$ ,  $b = 7 \cdot 9$ ;

б)  $a = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7$ ,  $b = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 11$ .

**2.96** Найдите НОК ( $m$ ,  $n$ ), если:

а)  $m = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11$  и  $n = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 11$ ;

б)  $m = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$  и  $n = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$ ;

в)  $m = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 13$  и  $n = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 13$ ;

г)  $m = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 17$  и  $n = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 17$ .

**2.97** Найдите наименьшее общее кратное чисел:

а) 12 и 8;

в) 108 и 132;

д) 10, 15 и 30;

ж) 6, 9 и 18;

б) 14 и 42;

г) 90 и 315;

е) 6, 8 и 12;

з) 77, 91 и 143.

**2.98** Найдите наименьшее общее кратное знаменателей дробей:

а)  $\frac{7}{15}$  и  $\frac{5}{12}$ ;

б)  $\frac{13}{20}$  и  $\frac{17}{25}$ .

**2.99** Рассмотрите пары чисел: 9 и 13; 15 и 19; 24 и 35; 27 и 32.

а) Являются ли числа, представленные в каждой паре взаимно простыми?

б) Найдите наименьшее общее кратное чисел в каждой паре. Сделайте предположение.

**2.100** Рассмотрите пары чисел: 26 и 78; 32 и 96; 24 и 72; 25 и 100.

а) Какая особенность объединяет эти пары чисел?

б) Чему равно наименьшее общее кратное чисел каждой пары?

**2.101**

а) Владелец машины меняет каждые 15 тыс. км моторное масло, а каждые 60 тыс. км — приводной ремень. Через сколько тысяч километров совпадут замены масла и приводного ремня?

б) Спутники Ио, Европа, Ганимед и Каллисто планеты Юпитер обращаются вокруг неё за 42, 85, 172 и 400 ч соответственно. За какое наименьшее время они все вместе повторяют своё положение на орбите?

**2.102**

В магазин раз в два дня привозят хлебобулочные изделия, раз в три дня — кисломолочную продукцию и каждые десять дней — кондитерские изделия. Первого декабря в магазин привезли эти три вида товаров. Когда в следующий раз эти товары привезут в один день?